

บทที่ 21 สมการกำลังสอง

21.1 รูปมาตรฐานของสมการกำลังสอง คือ  $ax^2 + bx + c = 0$

เมื่อ  $a, b, c$  เป็นค่าคงตัว และ  $a \neq 0$ ;  $x$  เป็นตัวแปร

เช่น  $x^2 + 5x - 6 = 0$ ;  $a = 1, b = 5, c = -6$

$5x^2 + 4x - 1 = 0$ ;  $a = 5, b = 4, c = -1$

$x^2 + 3x + 4 = 0$ ;  $a = 1, b = 3, c = 4$

$2x^2 - 3x + 4 = 0$ ;  $a = 2, b = -3, c = 4$  เป็นต้น

21.2 การแก้สมการกำลังสอง

คือ การหาคำตอบของสมการกำลังสอง

พิจารณา  $x^2 - 5x + 6 = 0$

$(x - 3)(x - 2) = 0$

การหาคำตอบของสมการข้างต้นทำได้โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงที่ว่า

ถ้า  $a, b$  เป็นจำนวนจริงและ  $ab = 0$  แล้ว  $a$  หรือ  $b$  อย่างน้อยหนึ่งตัวต้องเป็นศูนย์

ดังนั้น ในการหาคำตอบของสมการ  $(x - 3)(x - 2) = 0$  จึงหาจำนวนมาแทนค่า  $x$  เพื่อให้  $x - 3$  หรือ  $x - 2$  เป็นศูนย์ ซึ่งได้แก่ 3 และ 2 ตามลำดับ

ลองทำดู

1. จงแก้สมการ  $x^2 - 7x + 12 = 0$
2. จงหาคำตอบของสมการ  $2a - 3a^2 = -5$
3. จงแก้สมการ  $3x^2 + \frac{7}{10}x = \frac{2}{5}$
4. จงหาคำตอบของสมการ  $4x - 1.6x^2 + 25 = 0$
5. จงแก้สมการ  $9y^2 = 30y$
6. จงหาคำตอบของสมการ  $(4a - 3)^2 = 49$



### การแก้สมการกำลังสองโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์

การแยกตัวประกอบของพหุนาม  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นค่าคงตัว และ  $a \neq 0$  เพื่อหาคำตอบของสมการ  $ax^2 + bx + c = 0$  ในบางครั้งการแยกตัวประกอบได้ยากหรือไม่ได้ลงตัวพอดี จึงจัดพหุนามให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ โดยใช้การเพิ่มให้สามารถยกกำลังได้พอ

#### ลองทำดู

1. จงแก้สมการ  $x^2 - 6x - 1 = 0$
2. จงหาคำตอบของสมการ  $3x^2 - 4x - 1 = 0$
3. จงหาคำตอบของสมการ  $3p^2 + 19p - 14 = 0$

การแก้สมการกำลังสองโดยการใช้สูตร จากรูปทั่วไปของสมการกำลังสอง  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b, c = 0$  เป็นค่าคงตัว  $a \neq 0$  และ  $b^2 - 4ac \geq 0$  สามารถจะหาคำของ  $x$  ได้จากสูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

#### พิจารณาจากสูตร จะได้ว่า

1. ถ้า  $b^2 - 4ac = 0$  แล้ว  $x$  จะมีค่าเดียว คือ  $-\frac{b}{2a}$
2. ถ้า  $b^2 - 4ac > 0$  แล้ว  $x$  จะมีสองค่า คือ  $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  และ  $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
3. ถ้า  $b^2 - 4ac < 0$  ไม่มีจำนวนจริงเป็นคำตอบของสมการ

ลองทำดู

1. จงหาคำตอบของสมการ  $y^2 - 3y - 10 = 0$
2. จงหาคำตอบของสมการ  $2m = 3m^2 - 14$
3. จงหาคำตอบของสมการ  $4x^2 - 4x + 2 = 0$
4. จงหาคำตอบของสมการ  $4x^2 + 68x + 289 = 0$

21.3 ผลบวกและผลคูณของคำตอบของสมการ

ให้  $m$  และ  $n$  เป็นคำตอบของสมการ  $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

ดังนั้น

$$m = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{และ}$$

$$n = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

จะได้ว่า

$$\text{ผลบวก} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a} \quad \text{และ}$$

$$\text{ผลคูณ} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

ลองทำดู

จงหาผลบวกและผลคูณของคำตอบของสมการ

- |                         |                |               |
|-------------------------|----------------|---------------|
| 1. $x^2 - 3x - 5 = 0$   | ผลบวก = _____; | ผลคูณ = _____ |
| 2. $3x^2 - 7x - 2 = 0$  | ผลบวก = _____; | ผลคูณ = _____ |
| 3. $4x^2 + 3x - 5 = 0$  | ผลบวก = _____; | ผลคูณ = _____ |
| 4. $2x^2 + 7x - 1 = 0$  | ผลบวก = _____; | ผลคูณ = _____ |
| 5. $9x^2 - 2x - 6 = 0$  | ผลบวก = _____; | ผลคูณ = _____ |
| 6. $4x^2 + 2x - 1 = 0$  | ผลบวก = _____; | ผลคูณ = _____ |
| 7. $-3x^2 + 8x - 2 = 0$ | ผลบวก = _____; | ผลคูณ = _____ |
| 8. $7x^2 + 6x - 7 = 0$  | ผลบวก = _____; | ผลคูณ = _____ |

## 21.4 โจทย์สมการกำลังสอง

สมการกำลังสอง มีประโยชน์ในการหาคำตอบของปัญหาบางประเภท มีหลักการดังนี้

1. กำหนดตัวแปรแทนจำนวนที่ต้องการหา
2. สร้างสมการจากปัญหา
3. ดำเนินการหาคำตอบของสมการ

### ลองทำดู

1. พื้นห้องเรียนห้องหนึ่งมีพื้นที่ 180 ตารางเมตร ด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 3 เมตร ห้องนี้กว้างและยาวกี่เมตร
2. กล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบหนึ่งมีพื้นที่ก้นกล่อง 120 ตารางเซนติเมตร ความยาวรอบปากกล่องภายในเป็น 46 เซนติเมตร จุน้ำได้ 720 ลูกบาศก์เซนติเมตร จงหาขนาดภายในของกล่องใบนี้
3. ที่ดินบ้านนาย ก เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ล้อมรั้วโดยใช้ซีเมนต์บล็อกริมเขาทาสีรั้วภายในคิดเป็นพื้นที่ 752 ตารางเมตร ถ้ารั้วด้านยาวยาวกว่าสองเท่าของรั้วด้านกว้างอยู่ 2 เมตร และมีความสูงน้อยกว่าความยาวของด้านกว้าง 7 เมตร บ้านนาย ก ปักอยู่ในเนื้อที่กี่ตารางเมตร